Vzorový test č. 1 MA1 45 minut

Celkem 20 bodů, za každý příklad 5 bodů

1. Zapište pomocí kvantifikátorů a) následující výrok, b) negaci následujícího výroku: *Jsou-li* $a_1, ..., a_n$ *kladná reálná čísla taková, že* $a_1 + ... + a_n > n$*, pak alespoň jedno z nich je větší než* 1.

3. Pro zobrazení $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ dané předpisem

$$f(x) = \sqrt{2 + x^2}$$

nalezněte vzor množiny $M = \{-50, -49, -48, ..., 0, 1, 2\}$

(Napište, jak je definován vzor této konkrétní množiny pro Vaše konkrétní zobrazení, a pak tento vzor určete.)

4. Zapište **konkrétně,** které dva výroky je třeba ověřit, abychom dokázali vztah

$$\sup\left\{ \frac{6n - 5}{27n - 9n^2 - 20} \;\middle|\; n \in \mathbb{N} \right\} = 0.$$

Tyto dva výroky dokažte.

5. Označme D_f množinu všech reálných čísel, pro která má výraz $f(x) = 2\,\mathrm{arccotg}(-x - 1)$ smysl. Nakreslete graf funkce f, určete H_f a vypočtěte $f(0)$.

Vzorový test č. 2 MA1   45 minut

Celkem 20 bodů, za každý příklad 5 bodů

1. V závislosti na parametru $\alpha \in \mathbb{R}$ spočítejte limitu posloupnosti

$$\lim_{n\to+\infty} n^\alpha \left(\sqrt{n^2+\sqrt{3n}} \;-\; \sqrt{2n^2-1}\right)$$

2. Spočítejte limitu posloupnosti

$$\lim_{n\to+\infty} n^{-6}\Big((2n^2+1)^4 \;-\; (4n^4+1)^2\Big)$$

3. Spočítejte limitu posloupnosti

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\ldots+\frac{1}{n+[\,\sqrt{n}\,]}\right)$$

4. Spočítejte limitu posloupnosti

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{2n-1}{n}\right)^{2n}$$

Vzorový test č. 3 MA1 45 minut

Celkem 20 bodů, za každý příklad 5 bodů

1. Spočítejte limitu funkce

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^{\ln x}}{(\ln x)^x}.$$

2. Napište rovnici tečny ke grafu funkce

$$f(x) = \operatorname{arctg} \frac{2x-3}{3x+2}$$

v bodě $x = \frac{3}{2}$.

3. Určete všechny lokální extrémy funkce

$$f(x) = |x|\mathrm{e}^{-|x-1|}.$$

4. Určete intervaly, kde je funkce

$$f(x) = \sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-1}$$

ryze konkávní resp. ryze konvexní.